Übungen zur Differenzialrechnung

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 \cdot (x - 3)$.
   (a) Ermitteln Sie die Nullstellen von f und skizzieren Sie den Graphen mit Hilfe einer Wertetabelle für $-1 \leq x \leq 3$.
   (b) Bilden Sie die Ableitungsfunktion f.
   (c) Wie groß ist die Steigung der Funktion an den Stellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$?
   (d) Zeichnen Sie die Steigungsfunktion in dasselbe Achsenkreuz.

2. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 3x$.
   (a) Skizzieren Sie den Graphen von f für $-1 \leq x \leq 4$.
   (b) Wie groß ist die Steigung von f bei $x_0 = 2$.
   (c) Wie groß ist der Steigungswinkel von f an dieser Stelle?
   (d) Unter welchem Winkel schneidet der Graph von f die y-Achse?

3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$.
   (a) Wo liegen die Nullstellen von f?
   (b) Wo liegt der Hochpunkt von f?
   (c) Unter welchen Winkeln schneidet der Graph von f die Koordinatenachsen?

4. Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente t an die Funktion $f(x) = x^2 - 3x$ an der Stelle $x_0 = 2$.

5. Bestimmen Sie die Tangenten der Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$ in den Achsenschnittpunkten.

6. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = -x^2 + 8x - 11$ und $g(x) = x - 1$.
   (a) In welchen Punkten schneiden sich f und g?
   (b) Wie groß sind die Schnittwinkel von f und g in diesen Punkten?

7. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2$ und $g(x) = -x^2 + 4x - \frac{17}{3}$. Bearbeiten Sie, wie in Aufgabe 6.

8. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^2$ und $g(x) = -x^2 + 4x - 2$.
   (a) Zeichnen Sie die Funktionen für $-1 \leq x \leq 3$.
   (b) Zeigen Sie, dass die Graphen sich berühren.
   (c) Ermitteln Sie die Gleichung der Berührtangente.

Lizenz: cc-by-4.0

Quellenverzeichnis: https://www.koonys.de/1560