Kassenhäuschen Abitur LK Berlin 2011

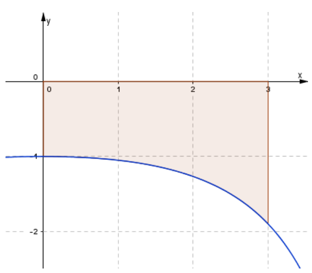
Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit der Gleichung $f_a(x) = ax + \frac{1}{ax-1}$; $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Die Graphen dieser Funktionen sind G_a. Die Graphen der Schar mit $a = 1; 2; \frac{1}{5}$ sind in der Anlage vorgegeben.

1. Geben Sie den Definitionsbereich von f_a und die Gleichungen aller Asymptoten einschließlich der Polgeraden von G_a an.
   Ordnen Sie den vorgegebenen Graphen die zugehörigen Parameterwerte a zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.

2. Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}\,(0|\,f_a(0))$ lokaler Extrempunkt aller Graphen G_a ist und ermitteln Sie dessen Art. Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden: $f_a'(x) = a - \frac{a}{(ax-1)^2}$.
   Neben E hat jeder Graph G_a einen weiteren lokalen Extrempunkt T. Bestimmen Sie dessen Koordinaten und weisen Sie nach, dass dieser stets ein lokaler Tiefpunkt des Graphen ist. *Zur Kontrolle:* $\mathrm{T}\left(\frac{2}{a}\middle|3\right)$
   Berechnen Sie diejenigen Werte a, für die die Punkte E und T einen Abstand von $\sqrt{17}\,\mathrm{LE}$ haben.

3. Eine Ursprungsgerade g mit der Gleichung $y = bx$ mit $b > 0$ und die Tangente t im Tiefpunkt von G_2 schließen einen Winkel von 45° ein. Bestimmen Sie b für diesen Fall.
   Die y-Achse, die Gerade mit der Gleichung $y = x$ und die Tangente t begrenzen ein Dreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

4. Der Graph $G_{\frac{1}{5}}$ schließt mit der Geraden mit der Gleichung $x = 3$ und den beiden Koordinatenachsen eine Fläche eine (siehe Darstellung). Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.



5. Die in Aufgabe d) beschriebene Fläche wird um den Koordinatenursprung um 90° im Uhrzeigersinn gedreht. Der Körper, der durch Rotation dieser Fläche um die y-Achse entsteht, entspricht modellhaft der Form eines Kassenhäuschens mit kreisförmiger Grund- und Deckfläche ($1\,\mathrm{LE} = 1\,\mathrm{m}$).
   Der größere der beiden Kreise beschreibt die Grundfläche.
   Ein Architekturbüro plant für das Kassenhäuschen ein Dach, welches einen parabelförmigen Querschnitt besitzt. Das passgenau aufgesetzte Dach soll eine Querschnittsfläche von $\frac{1}{3}\,\mathrm{m}^2$ besitzen. Ermitteln Sie die Gleichung eines möglichen Graphen, der die obere Begrenzung des Dachquerschnittes beschreibt.

1 Anlage *7 + 17 + 6 + 5 + 5 = 40 BE*

Vorgerechnet auf https://www.koonys.de/1112

Quellenverzeichnis: https://www.koonys.de/1112

Anlage 1