

Extremwertaufgaben

1. Wie lautet der größte (kleinste) Wert von $f(x) = x^3 - 8x^2 + 5x$ im Intervall $[0; 2]$?
2. Ein Schiff bewegt sich auf einer Kurve, die sich durch den Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ beschreiben lässt.
Im Punkt A $(3|0)$ sitzt ein Beobachter.
In welchem Punkt kommen sich Schiff und Beobachter am nächsten?
3. Zerlege die Zahl 20 in zwei (nicht unbedingt ganzzahlige) Teile - und zwar so, dass das Produkt der einen Zahl mit dem Quadrat der anderen Zahl so groß wie möglich ist.
4. Auf einer Wiese soll mit 50 m Zaun ein rechteckiges Stück eingezäunt werden. Wie lang müssen die Seitenlängen des Rechtecks sein, damit die eingezäunte Fläche maximal ist?
5. Wie muss man bei Aufgabe 4) die Maße wählen, wenn eine bestehende Mauer als „Zaunseite“ zu Hilfe genommen werden kann und somit nur drei Rechteckseiten eingezäunt werden müssen?
6. Eine Spielzeugfabrik baut zwei Puppentypen A und B.
Hierbei werden x Produktionseinheiten Puppen der Sorte A und y Einheiten Puppen des Typs B hergestellt (x und y jeweils in Hundert Stück). Die Firma verdient am Typ A doppelt so viel wie am Typ B. Weiter gilt $y = \frac{40-10x}{5-x}$ mit $0 \leq x \leq 4$.
Welche Puppenzahlen sollten produziert werden?
7. Bestimme zwei positive Zahlen, deren Summe 16 ist und deren Produkt so groß wie möglich ist.
Kann man das Problem lösen, wenn das Produkt minimal sein soll? Begründe.
8. Ein Motorradfahrer steht im Punkt P mitten in einer ebenen Wüstenlandschaft, die an eine geradlinige, geteerte Straße grenzt. Er benötigt zum nächstgelegenen Punkt A auf der Straße 5 Minuten. Berechne für die folgenden Fälle die schnellstmögliche Zeit, in der der Fahrer zum auf der Straße gelegenen Punkt B gelangt. Der Motorradfahrer fährt in der Wüste mit einer Geschwindigkeit von $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und auf der Straße mit $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 - (a) B ist 10 km von A entfernt.
 - (b) B ist 15 km von A entfernt.
 - (c) B ist für den Fahrer 15 Minuten von A entfernt.