

Analytische Geometrie - Vermischte Aufgaben

1. Gegeben sind die Punkte $A(5|0|2)$, $B(3|1|4)$ und $C(5|3|5)$ im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig und gleichschenkelig ist.
 - (b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt $F_{\Delta ABC}$ des Dreiecks ABC.
 - (c) Bestimmen Sie einen Punkt S so, dass das Volumen der Pyramide ABCS das Volumen $V = 9 \text{ VE}$ besitzt.

2. Gegeben sind die Punkt $A(1|2| - 3)$, $B(3|5|3)$ und $C(9|7|0)$ im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Zeigen Sie, dass sich das Dreieck ABC zu einem Quadrat ABCD ergänzen lässt. Bestimmen Sie die Koordinaten von D und den Flächeninhalt dieses Quadrates.
 - (b) Erweitern Sie das Quadrat ABCD zu einem Würfel ABCDEFGH. Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte E, F, G und H sowie das Volumen dieses Würfels.

3. Gegeben sind die Punkte $A(-3| - 2|4)$, $B(5|4|0)$ und $P(2|5|10)$ im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Zeigen Sie, dass die drei Punkte A, B und P nicht auf einer Geraden liegen.
 - (b) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden AB.

4. Gegeben sind die Punkte $A(1|3|4)$, $B(4|6|1)$ und $C(-2|0| - 5)$ im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Bestimmen Sie die Größe des Winkels $\alpha = \sphericalangle BAC$ im Dreieck ABC.
 - (b) M_a ist die Seitenmitte der Seite a im Dreieck ABC. Bestimmen Sie die Koordinaten von M_a und die Länge der Seitenhalbierenden s_a im Dreieck ABC.
 - (c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Fußpunktes F der Höhe h_c im Dreieck ABC. In welchem Verhältnis teilt F die Strecke [AB]?
 - (d) Begründen Sie, dass $S(1|3|1)$ der Schnittpunkt von s_a und h_c ist.
 - (e) Wie hätte man die Koordinaten des Schnittpunktes von s_a und h_c rechnerisch ermitteln können?

5. Gegeben sind die Punkte $A(1|2|3)$, $B(3|0|4)$, $C(5|1|2)$ und $M(2|4|5)$ im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Berechnen Sie die Größe der Winkel $\sphericalangle BAM$ und $\sphericalangle CAM$ und $\sphericalangle BAC$.
 - (b) Begründen Sie, dass der Punkt M nicht in der durch A, B und C festgelegten Ebene E liegt. Welchen Abstand hat M von dieser Ebene E?
 - (c) Die Kugel $k(M, r=5)$ schneidet die Ebene E in einem Kreis mit dem Radius ρ . Berechnen Sie die Größe von ρ .