Ebenen - Übungsaufgaben

1. Zeichne die folgenden Ebenen mit Hilfe ihrer Spurgeraden in ein kartesisches Koordinatensystem ein:
   a) E: $3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$ b) E: $2x_1 + 4x_2 = 8$ c) E: $x_2 = 3$

2. Bestimme jeweils eine Koordinatengleichung der Ebene E.
   (a) A (2|2|2) , B (4|1|3) , C (8|4|5)
   (b) A (4|1|2) , $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
   (c) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. (a) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
   (b) Die Ebene E ist Spiegelebene zwischen A (1|4|7) und A* (3|2|3).
   (c) Die Ebene E enthält die Gerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ und ist orthogonal zur Ebene $F : -x_1 + x_2 + 2x_3 + 2 = 0$.

4. Bestimme eine Gleichung der Schnittgeraden der Ebenen $E : x_1 - x_2 + 2x_3 = 7$ und $F : -x_1 + x_2 + 2x_3 + 2 = 0$.

5. Berechne den Abstand des Punktes R (6|9|4) von der Ebene
   $E : \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$

6. Gegeben seien die Gerade g und die Ebene E durch $g : \vec{x} = \vec{a} + t \cdot \vec{r},\ t \in \mathbb{R}$ und $E : \left(\vec{x} - \vec{b}\right) \cdot \vec{n} = 0$.
   (a) Welche geometrische Bedeutung haben die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{r}$, $\vec{n}$ und $\left(\vec{x} - \vec{b}\right)$?
   (b) Welche Beziehung muss zwischen den Vektoren gelten, damit gilt

   (I) g ist parallel zu E (II) g ist orthogonal zu E (III) g liegt in E