

Ebenen - Übungsaufgaben

1. Zeichne die folgenden Ebenen mit Hilfe ihrer Spurgeraden in ein kartesisches Koordinatensystem ein:

a) E: $3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12$ b) E: $2x_1 + 4x_2 = 8$ c) E: $x_2 = 3$

2. Bestimme jeweils eine Koordinatengleichung der Ebene E.

(a) A (2|2|2), B (4|1|3), C (8|4|5)

(b) A (4|1|2), g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(c) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. (a) g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) Die Ebene E ist Spiegelebene zwischen A (1|4|7) und A* (3|2|3).

(c) Die Ebene E enthält die Gerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ und ist orthogonal zur Ebene F: $-x_1 + x_2 + 2x_3 + 2 = 0$.

4. Bestimme eine Gleichung der Schnittgeraden der Ebenen E: $x_1 - x_2 + 2x_3 = 7$ und F: $-x_1 + x_2 + 2x_3 + 2 = 0$.

5. Berechne den Abstand des Punktes R (6|9|4) von der Ebene

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

6. Gegeben seien die Gerade g und die Ebene E durch g: $\vec{x} = \vec{a} + t \cdot \vec{r}$, $t \in \mathbb{R}$ und E: $(\vec{x} - \vec{b}) \cdot \vec{n} = 0$.

(a) Welche geometrische Bedeutung haben die Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{r} , \vec{n} und $(\vec{x} - \vec{b})$?

(b) Welche Beziehung muss zwischen den Vektoren gelten, damit gilt

(I) g ist parallel zu E (II) g ist orthogonal zu E (III) g liegt in E